

ŠKOLSKO/GRADSKO NATJECANJE IZ MATEMATIKE
24. siječnja 2011.

8. razred-rješenja

OVDJE JE DAN JEDAN NAČIN RJEŠAVANJA ZADATAKA. UKOLIKO UČENIK IMA DRUGAČIJI POSTUPAK RJEŠAVANJA, ČLAN POVJERENSTVA DUŽAN JE I TAJ POSTUPAK BODOVATI I OCIJENITI NA ODGOVARAJUĆI NAČIN.

$$1. b = (1 - 2\sqrt{2} + 2) : 4 + \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= (3 - 2\sqrt{2}) : 4 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \quad 1 \text{ BOD}$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{4} \quad 1 \text{ BOD}$$

Najbliži cijeli broj je broj 1. 1 BOD

..... UKUPNO 4 BODA

$$2. \text{ Kako je } x - y = 2044 \text{ i } p\% = 12.5\%, \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{slijedi } x - 12.5\%x = 2044, \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{odnosno } 87.5\%x = 2044. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Dakle, } x = 2336.$$

$$\text{Cijena igraće konzole prije sniženja je bila 2336 kn.} \quad 1 \text{ BOD}$$

..... UKUPNO 4 BODA

$$3. \text{ Kako je } \frac{a+b}{b} = 3 \text{ i } \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b} = \frac{a}{b} + 1, \text{ to je } \frac{a}{b} = 2. \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Slijedi } \frac{b}{a} = \frac{1}{2}. \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Na kraju, } \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab} = \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2 + \frac{1}{2}. \quad 1 \text{ BOD}$$

..... UKUPNO 4 BODA

$$4. \text{ S obzirom da svako pradjedovo dijete ima po 4 djece, onda pradjed ima } 4 \cdot 4 = 16 \text{ unučadi.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Kako svako pradjedovo unuče ima po 4 djece, onda pradjed ima } 16 \cdot 4 = 64 \text{ praunučadi.} \quad 1 \text{ BOD}$$

$$\text{Dakle, broj pradjedovih potomaka je } 4 + 16 + 64 = 84. \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 4 BODA

$$5. \text{ Pravilni šesterokut možemo podijeliti na 6 jednakostraničnih trokuta duljine stranice } a \text{ i visine}$$
$$\text{izračunate primjenom Pitagorinog poučka } \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$96\sqrt{3} = 6 \cdot \frac{1}{2} a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$192 = 3a^2 \Rightarrow a^2 = 64 \Rightarrow a = 8$$

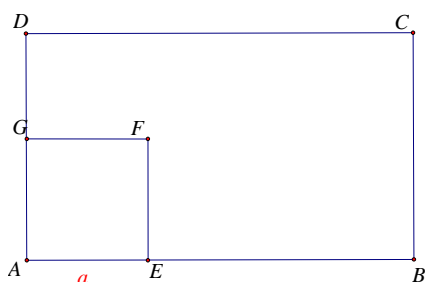
2 BODA

$$\text{Opseg šesterokuta } 48 \text{ cm} \Rightarrow \text{duljina stranice kvadrata } 12 \text{ cm} \Rightarrow \text{površina kvadrata } 144 \text{ cm}^2$$

2 BODA

..... UKUPNO 4 BODA

6.



Neka je stranica kvadrata $AEFG$ duljine a , površina kvadrata $AEFG$ je P i površina pravokutnika $ABCD$ je P_1 .

Tada prema uvjetima zadatka možemo pisati:

$$P_1 - P = 216 \quad 2 \text{ BODA}$$

$$(a + 8) \cdot (a + 6) - a^2 = 216 \quad 2 \text{ BODA}$$

$$a^2 + 8a + 6a + 48 - a^2 = 216$$

$$14a + 48 = 216 \quad 2 \text{ BODA}$$

$$14a = 168$$

$$a = 12 \text{ cm}, \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{Na kraju, } P = 144 \text{ cm}^2 \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

7. Vrijedi $\frac{n^2 + 2n - 8}{n^2 - 4} = \frac{n + 4}{n + 2}$. 3 BODA

Dalje je $\frac{n + 4}{n + 2} = \frac{n + 2 + 2}{n + 2} = \frac{n + 2}{n + 2} + \frac{2}{n + 2} = 1 + \frac{2}{n + 2}$. 3 BODA

Zadani će razlomak biti cijeli broj samo ako je $n + 2$ djelitelj broja 2, to jest ako je

$$n + 2 \in \{1, -1, 2, -2\} \quad 2 \text{ BODA}$$

$$\text{odnosno ako je } n \in \{-1, -3, 0, -4\}. \quad 2 \text{ BODA}$$

..... UKUPNO 10 BODOVA

8. Budući da je trokut AOB jednakokrakan i da je $|AO| = |OB|$ i dužina \overline{OP} okomita na stranicu \overline{AB} ,
onda je P polovište stranice \overline{AB} pa je

$$|AP| = |PB| = \frac{1}{2} |AB| = 6 \text{ cm}. \quad 1 \text{ BOD}$$

Koristeći Pitagorin poučak imamo:

$$|OP| = \sqrt{|AO|^2 - |AP|^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \quad 2 \text{ BODA}$$

Budući da dužina \overline{XY} raspolavlja dužine \overline{AD} i \overline{BC} , onda raspolavlja i dužinu \overline{OP} pa svaki od dva manja trapeza ima visinu $8 : 2 = 4 \text{ cm}$. 2 BODA

Kako je dužina \overline{XY} srednjica trapeza $ABCD$, onda je $|XY| = \frac{|AB| + |CD|}{2} = 18 \text{ cm}$. 1 BOD

Znači:

površina trapeza $ABYX$ je: $\frac{|AB| + |XY|}{2} \cdot 4 = \frac{12 + 18}{2} \cdot 4 = 60 \text{ cm}^2$, 1 BOD

dok je površina trapeza $XYCD$: $\frac{|XY| + |CD|}{2} \cdot 4 = \frac{18 + 24}{2} \cdot 4 = 84 \text{ cm}^2$. 1 BOD

Omjer površina trapeza $ABYX$ i trapeza $XYCD$ je jednak $60 : 84 = 5 : 7$. 2 BODA

..... UKUPNO 10 BODOVA